

Nom :

Prénom :

Groupe :

## Mathématiques - Devoir Surveillé 3

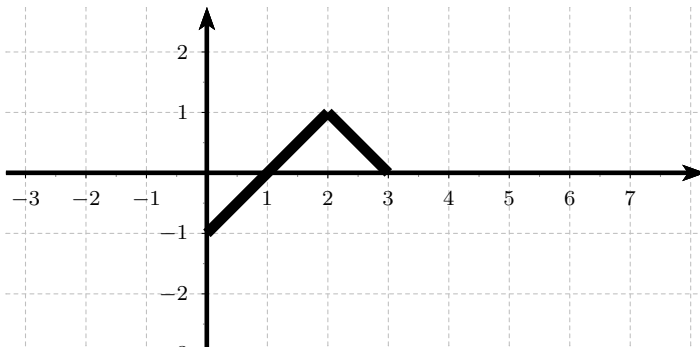
### Vendredi 13 décembre 2019 - Durée : 1h30

*Tout document et appareil électronique est interdit*

*Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.*

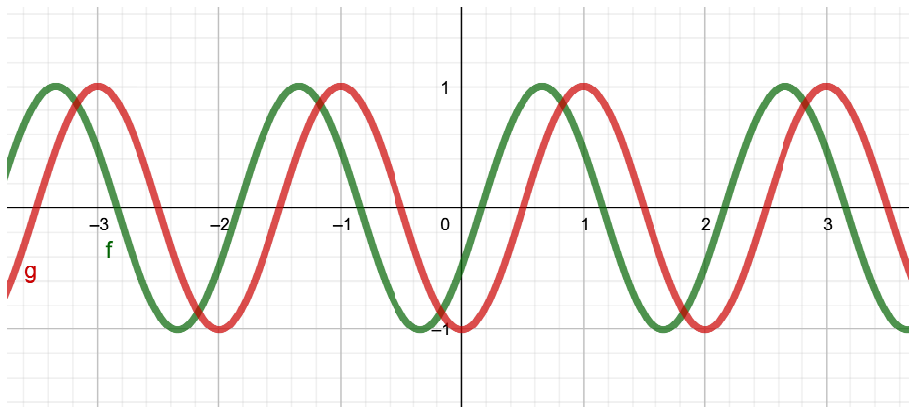
**Exercice 1** On considère la fonction  $f$  représentée sur l'intervalle  $[1, 3]$  sur le graphique ci-dessous. Complétez le graphique sur l'intervalle  $[-3, 8]$  sachant que

1.  $f$  est impaire,
2.  $f$  est périodique de période 6.



**Exercice 2** Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Sur le graphique ci-dessous, quelle courbe représente la fonction  $t \mapsto \sin(\pi t - \frac{1}{2})$  ?



2. Déterminer la période des fonctions suivantes :

(a)  $f_1(t) = -2 \cos(t) + 1$

(b)  $f_2(t) = |\sin(t)|$

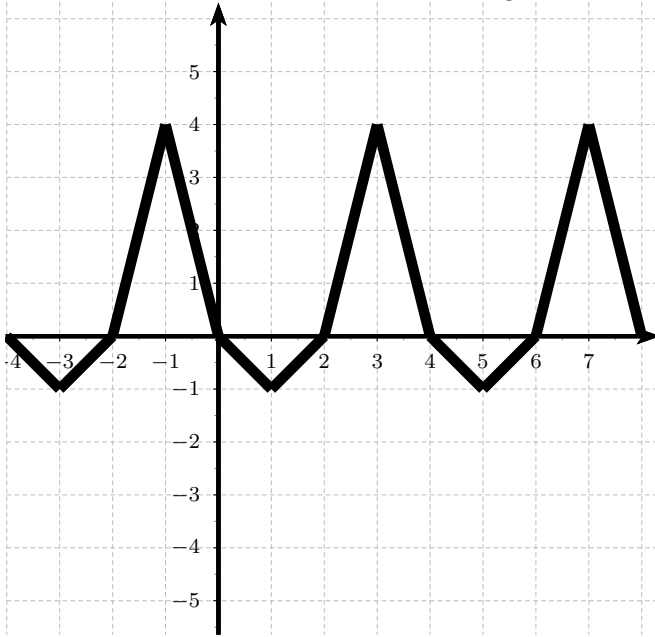
3. La fonction  $f$  est une fonction  $T$  périodique. Déterminer, en fonction de  $T$ , la période de la fonction  $g$  définie par

$$g(t) = 5f\left(\frac{1}{4}t\right) - f\left(\frac{1}{6}t + 1\right)$$

4. Déterminer la période, l'amplitude et le déphasage par rapport au sinus de la fonction

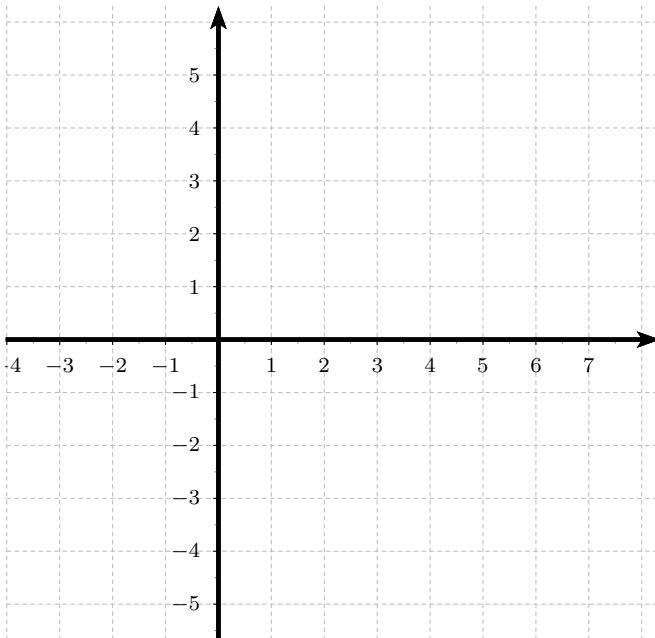
$$f_3(t) = \sqrt{3} \cos(4t) - \sin(4t)$$

**Exercice 3** On considère la fonction  $g$  représentée sur le graphique ci-dessous.

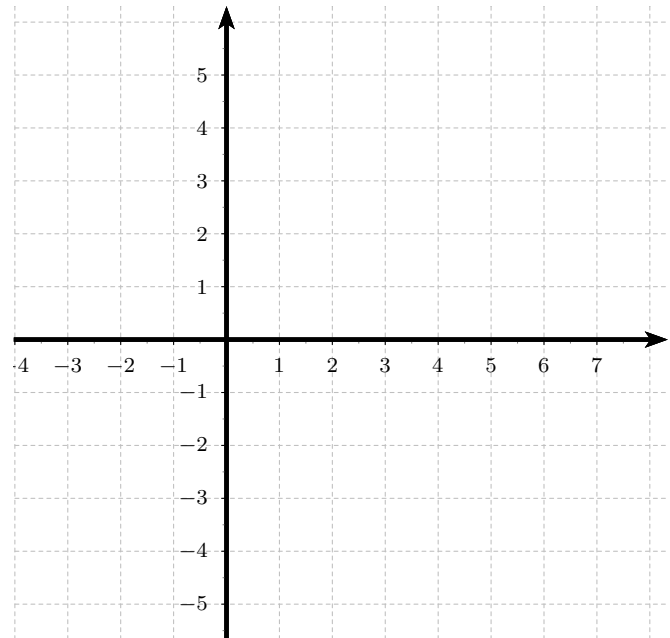


1. Déterminer la parité et la périodicité de la fonction  $g$ .
2. Tracer sur les graphiques ci-dessous les courbes des fonctions

$$h(t) = -|g(t - 1)| \quad \text{et} \quad k(t) = g\left(\frac{t}{2}\right) + 1$$



Courbe de  $h$



Courbe de  $k$

### Exercice 4

1. Déterminer le module de :

(a)  $Z_1 = \frac{1 - 7i}{3 + i}$

(b)  $Z_2 = (2 - i)^3$

(c)  $Z_3 = 17e^{i\frac{\pi}{8}} \times 3e^{i\frac{\pi}{4}}$

2. Déterminer l'argument de :

(a)  $Z_4 = -2i(i - \sqrt{3})$

(c)  $Z_6 = \frac{-R}{-1 + i}$  avec  $R \in ]0; +\infty[$

(b)  $Z_5 = \frac{-3e^{i\frac{\pi}{6}}}{5e^{i\frac{\pi}{4}}}$

3. Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de

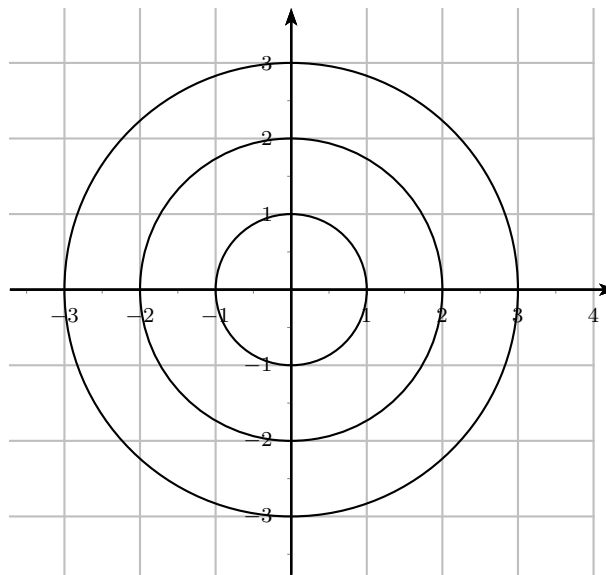
$$Z_7 = (e^{i\pi} + e^{i\frac{\pi}{2}}) (e^{-i\frac{\pi}{2}} + 2e^{-2i\pi})$$

4. Placer précisément les points d'affixe  $Z_8$ ,  $Z_9$  et  $Z_{10}$

(a)  $Z_9 = 3e^{i\frac{7\pi}{6}}$

(b)  $Z_8 = -2e^{i\frac{\pi}{4}}$

(c)  $Z_{10} = \frac{1}{i}$



5. Linéariser, en utilisant les formules d'Euler :

$$f(t) = \sin(3t) \sin(5t)$$

### Exercice 5

1. Vérifier que  $i$  est solution de l'équation suivante :

$$2iZ^2 + (1 - i)Z + (i - 1) = 0$$

2. Résoudre les équations suivantes :

(a)  $Z^2 + 2Z + 37 = 0$

(b)  $2iZ^2 + (1 - i)Z + (i - 1) = 0$