

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 4

Vendredi 22 décembre 2017 - Durée : 1h15

Tous documents et appareils électroniques sont interdits

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1

1. Mettre les nombres complexes sous forme exponentielle :

$$(a) Z_1 = \frac{1 - i}{1 + i\sqrt{3}} \qquad (b) Z_2 = -\overline{Z_1}$$

2. Mettre les nombres complexes sous forme algébrique

$$(a) Z_3 = (2 - i)(3 + 2i)^2 \qquad (b) Z_4 = \frac{7 - 4i}{5 + 11i}$$

Exercice 2 Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Dire si l'équivalence suivante est vraie ou fausse : $\sqrt{x} - 1 \underset{1}{\sim} x - 1$

2. Calculer les limites suivantes :

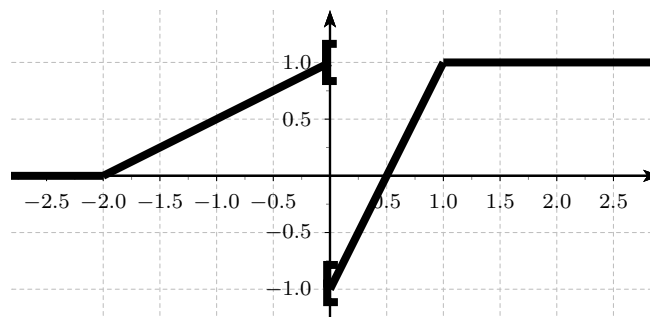
$$(a) \lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 - 2t - 3}{2t^2 - 18} \qquad (b) \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^2 - 2t - 3}{2t^2 - 18} \qquad (c) \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^2 - 2t - 3}{e^{t-5}}$$

Exercice 3 Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Tracer le plus précisément possible, le graphe de la fonction

$$f(t) = tU(t) + (3 - 3t)U(t - 1) + (3t - 6)U(t - 2) + (3 - t)U(t - 3)$$

2. Soit la fonction g dont la courbe est



Déterminer une écriture de la fonction g en utilisant la fonction échelon.

Exercice 4

Soit $a \in \mathbb{R}$ et soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \begin{cases} t^2 - a & \text{si } t < 1 \\ -(t - a)^2 & \text{si } t \geq 1 \end{cases}$$

1. Déterminer les 2 valeurs de a pour lesquelles f est continue en 1.
2. Pour $a = 2$, la fonction f est-elle dérivable en 1 ?

Exercice 5 Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. Soit la fonction $f_1(t) = t^2 - 3$.

(a) Déterminer $f_1([2; 4])$ et $f_1(] - 2; 3])$.

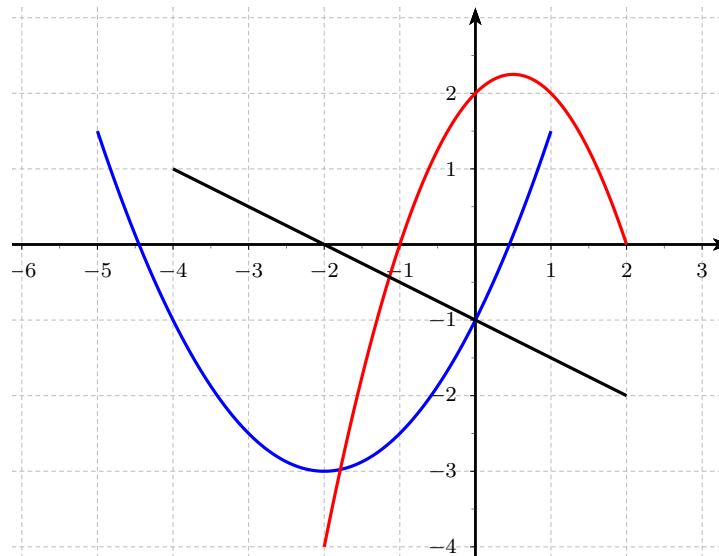
(b) Déterminer la fonction $k(t)$ telle que pour tout $t > 0$ on a $k \circ f_1(t) = t$.

2. Soient les fonctions u , v et w suivantes :

$$u(t) = t - 5, \quad v(t) = t^2 \quad \text{et} \quad w(t) = 2t + 3$$

Décomposer $f_2(t) = 2t^2 - 7$ comme composée de 3 fonctions en utilisant les fonctions u , v et w .

3. Soient les fonctions f , g et h définies sur $D_f = [-5; 1]$, $D_g = [-2; 2]$ et $D_h = [-4; 2]$ et dont les courbes représentatives sont



C_f est en bleue, C_g est en rouge, C_h est en noire.

- (a) Est-il possible de calculer $f \circ g(t)$ pour toute valeur t de D_g ?
- (b) Déterminer les valeurs de $f \circ h(-2)$ et $f \circ h(2)$.