

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 1

Vendredi 12 février 2021 - Durée : 1h00

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Les questions suivantes sont indépendantes

1. Calculer les limites suivantes :

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3e^x}{2x^{10} + 1}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x+1} + 3x - 5$

(d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$

2. Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{si } x < 2 \\ x^2 - 4x + 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

(a) Déterminer a pour que f soit continue en 2.

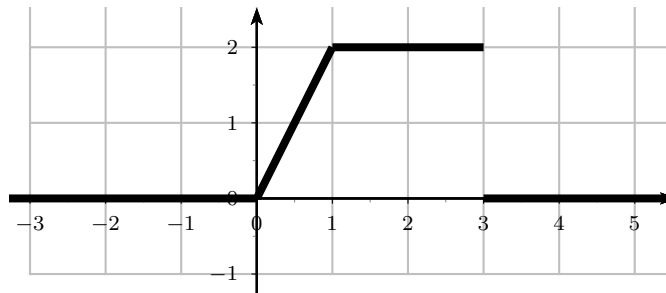
(b) Pour la valeur de a trouvé à la question précédente, la fonction est-elle dérivable en 2 ?

3. Donner un exemple de fonction continue sur \mathbb{R} et qui n'est pas dérivable en -1 .

Exercice 2 Les questions suivantes sont indépendantes

1. Tracer la courbe de la fonction : $f(t) = (t + 1)\mathcal{U}(t) - (2t - 2)\mathcal{U}(t - 2)$

2. Déterminer l'expression de la fonction suivante en utilisant des fonctions échelons :



Exercice 3 Les questions 1. et 2. sont indépendantes

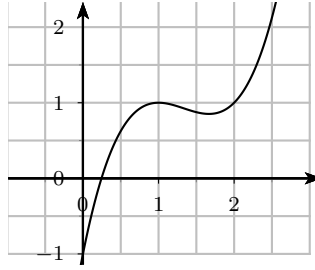
1. Soit la fonction $f(t) = -2e^{3t+5} + 1$

(a) Montrer que f est bijective de \mathbb{R} dans un ensemble E à déterminer.

(b) Déterminer sa fonction réciproque.

(c) L'équation $-2e^{3t+5} + 1 = 2$ admet-elle une unique solution ?

2. On considère la courbe de la fonction $g(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$.



Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse :

- (a) g est injective de $[1; +\infty[$ dans $[1; +\infty[$.
- (b) g est surjective de $[0; 2]$ dans $[-1; 1]$.
- (c) g est bijective de $]0; 1[$ dans $] - 1; 1[$.

Exercice 4 Déterminer les valeurs suivantes en expliquant brièvement la démarche (soit par des calculs soit par un dessin).

1. $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

2. $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

3. $\arctan(-1)$

4. $\arccos\left(\cos\left(\frac{13\pi}{4}\right)\right)$

5. $\arcsin\left(\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

6. $\arccos\left(\sin\left(\frac{\pi}{7}\right)\right)$