

Nom :

Prénom :

Groupe :

# Mathématiques - Devoir Surveillé 1

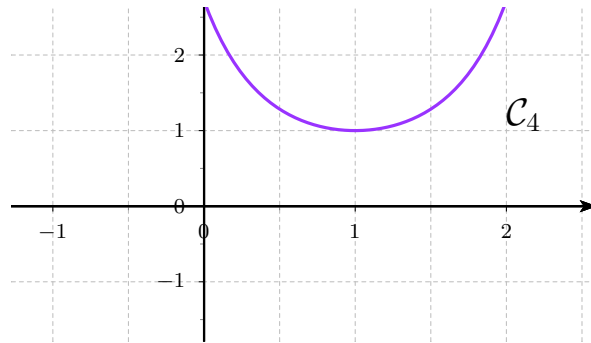
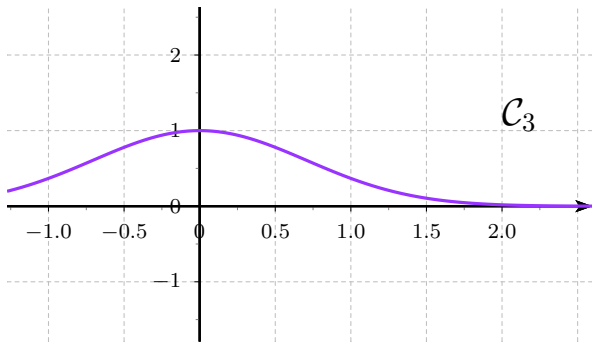
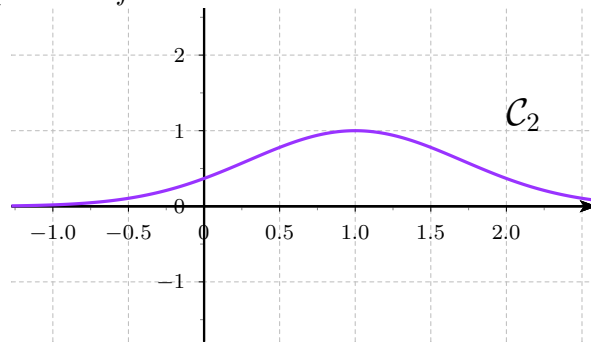
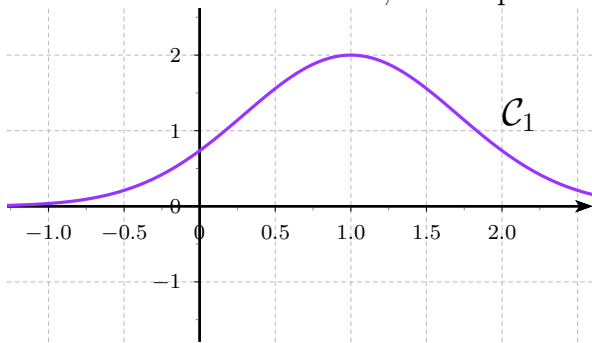
## Vendredi 9 février 2024 - Durée : 1h30

*Tout document et appareil électronique est interdit*

*Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.*

**Exercice 1** Soit la fonction  $f(x) = e^{-x^2+2x-1}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
2. Calculer la dérivée de  $f$  et en déduire le sens de variation de  $f$ .
3. Déterminer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$  et compléter le tableau de variation de  $f$ .
4. Parmi les courbes suivantes, dire laquelle représente  $f$  :



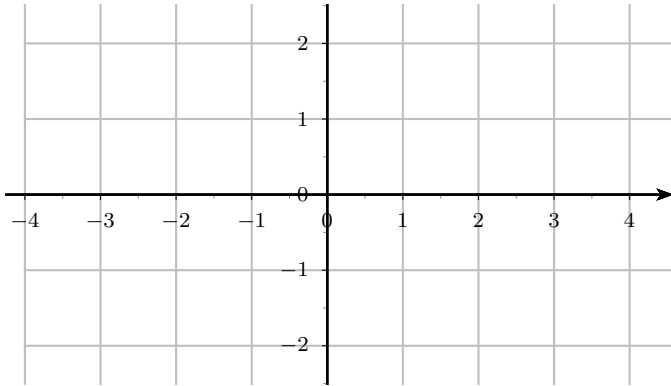
**Exercice 2**

1. Soient les fonctions  $f_1(x) = \sqrt{2x-1}$ ,  $g_1(x) = \cos(x+2)$  et  $h_1(x) = \frac{x}{x+2}$ . Déterminer
  - (a)  $f_1 \circ g_1$
  - (b)  $h_1 \circ g_1$
  - (c)  $h_1 \circ h_1$
2. On considère la fonction  $f(x) = (x+3)^3 - 5$ . Décomposer  $f$  sous la forme  $w \circ v \circ u(x)$  avec  $w$ ,  $v$  et  $u$  trois fonctions différentes de l'identité.
3. Résoudre les équations et inéquations suivantes :
  - (a)  $|2x-3| = 7$
  - (b)  $|x+5| < 2$
  - (c)  $|3x+1| = |x-2| + 1$

4. Tracer, sur le graphique ci-dessous, les courbes représentatives des fonctions suivantes

(a)  $f(x) = |1 - \frac{1}{2}x|$

(b)  $g(x) = |\sin(x)|$



### Exercice 3

1. Calculer les limites suivantes :

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x+1}}{e^{x-3}}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{1}{x+2}\right)$

(e)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 6}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+3)}{x-4}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + e^{-x} - \ln(x)$

2. Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

(a)  $f(x) = \sqrt{2x-1}$

(c)  $h(x) = \frac{3x}{2x-1}$

(b)  $g(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$

(d)  $k(x) = (3x+4)\ln(-2x+1)$

### Exercice 4

1. Déterminer le module et l'argument de :  $z = \frac{R_1 + jC\omega}{R_2 + jC\omega}$

2. Déterminer  $\omega$  en fonction de  $\omega_0$  :  $1 + \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\omega}{2\omega_0}$

Exercice 5 On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 7 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$$

1. Les calculs suivants sont-ils possibles ? Si oui, faites le calcul !

(a)  $A + C$

(b)  $A \times B$

(c)  $4 \times C$

(d)  $B \times C$

(e)  ${}^t A$

2. Déterminer la matrice  $D$  telle que :

$$D \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R}) \quad \text{et} \quad d_{i,j} = 2i - j$$

3. On considère les matrices  $E$  et  $F$ , sont elles l'inverse l'une de l'autre ?

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$$