

Mathématiques - Devoir Surveillé n°2

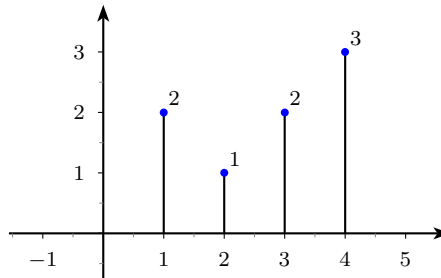
Vendredi 14 novembre 2014 - Durée : 2h00

Tous documents et appareils électroniques sont interdits.

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Pour chaque question, dire quel est le résultat exact **en justifiant**.

1. Soit f une fonction périodique de valeur moyenne égale à 1 et dont le spectre d'amplitude est donné par le graphe suivant.



L'énergie moyenne de f , définie par $E(f) = \frac{1}{T} \int_{[T]} (f(t))^2 dt$, vaut

- a) 19 b) 18 c) 10

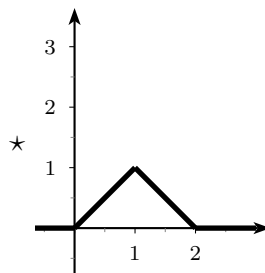
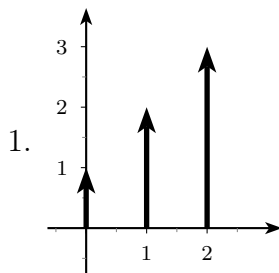
2. Soit f une fonction périodique dont la série de Fourier est $S_f(t) = 2 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 - (-1)^n}{4n^2} \cos(nt)$.
Une approximation de l'énergie moyenne de f est

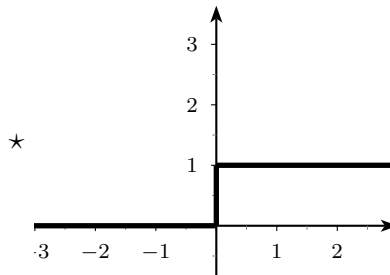
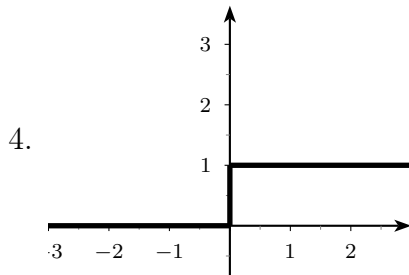
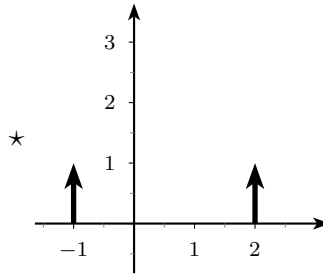
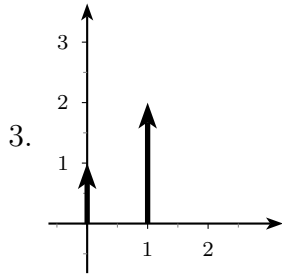
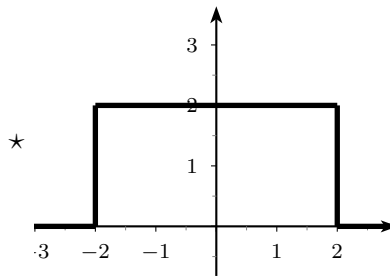
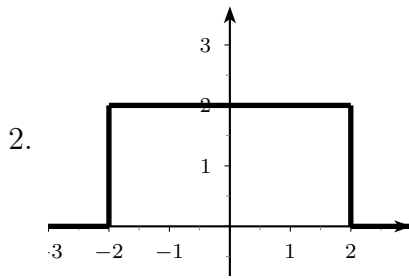
- a) 4 b) 4, 01 c) 4, 12 d) - 4, 12

Exercice 2 Calculer $f \star g$

1. $f(t) = t\mathcal{U}(t)$ et $g(t) = t\mathcal{U}(t)$.
2. $f(t) = \Pi(t - \frac{1}{2})$ et $g(t) = \cos(t)$.
3. $f(t) = \Pi(t)$ et $g(t) = t\Pi(t)$.

Exercice 3 Pour chaque couple de signaux, tracer sur votre copie sur un dessin propre et précis la courbe du produit de convolution **sans justifier** !





Exercice 4 Soit le signal $f(t) = t\Pi(t)$.

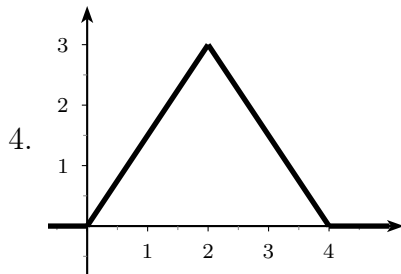
1. Sans la calculer, dire si la transformée de Fourier de f est réelle pure, imaginaire pure ou ni l'une ni l'autre ?
2. Calculer la transformée de Fourier de f (on écrira le résultat de manière à confirmer le résultat précédent).

Exercice 5 Calculer les transformées de Fourier des signaux suivants.

1. $f(t) = \Pi\left(\frac{t}{2} - 1\right)$

2. $f(t) = e^{-|t+2|}$

3. $f(t) = e^{-\frac{1}{2}t^2}$



Rappels : $\mathcal{F}_{e^{-\pi t^2}}(s) = e^{-\pi s^2}$ et $\mathcal{F}_{e^{-|t|}}(s) = \frac{2}{1 + 4\pi s^2}$