Nom : Prénom : Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 3 - Sujet 1
Mardi janvier 2018 - Durée : 1h15

Tous documents et appareils électroniques sont interdits.

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Toutes les questions sont indépendantes.

1. La série $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n(-1)^n}{2n+1}$ converge t-elle ?

2. Déterminer le domaine de convergence de la transformée en $\mathcal{Z}$ du signal discret causal $x(n) = n(-2)^n\mathcal{U}(n)$

3. Déterminer la transformée en $\mathcal{Z}$ de $x(n) = (-2)^{-n}\mathcal{U}(n)$

4. Déterminer la transformée en $\mathcal{Z}$ de $x(n) = (2n-3)\mathcal{U}(n-2)$

5. Remplir le formulaire ci-dessous

$x(n)$	**Transformée en $\mathcal{Z}$ de x**
$\cos(n\omega)\mathcal{U}(n)$	

$x(n)$	**Transformée en $\mathcal{Z}$ de x**
$x_0(n-k)$ où $k \in \mathbb{N}$	

6. Déterminer la transformée en $\mathcal{Z}$ inverse de $X(z) = \dfrac{z}{(z+4)(z-1)}$

7. Démontrer que la transformée de Fourier de la fonction porte est $F(s) = \dfrac{\sin(\pi s)}{\pi s}$.

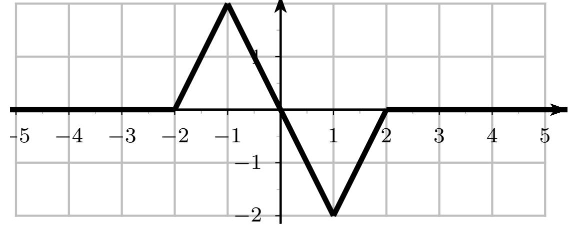
8. Déterminer la transformée de Fourier de la fonction $f(t) = \Pi\left(\dfrac{t}{7}\right)$

9. Remplir le formulaire ci-dessous

$f(t)$	**Transformée de Fourier de f**
$\Lambda(t)$	
$e^{-\|t\|}$	

$f(t)$	**Transformée de Fourier de f**
$f(t) = f_0(at)$	
$f(t) = f_0(t-a)$	

10. Déterminer la transformée de Fourier de la fonction f dont le graphe est :



11. Déterminer la transformée de Fourier inverse de $F(s) = e^{-2s^2}$. (On rappelle que la transformée de $f_0(t) = e^{-\pi t^2}$ est $F_0(s) = e^{-\pi s^2}$.)

12. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{4+t^2}\right)^2 dt$.

Nom : Prénom : Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 3 - Sujet 1
Mardi janvier 2018 - Durée : 1h15

Tous documents et appareils électroniques sont interdits.

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Toutes les questions sont indépendantes.

1. La série $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n(-1)^n}{2n+1}$ converge t-elle ?

2. Déterminer le domaine de convergence de la transformée en $\mathcal{Z}$ du signal discret causal $x(n) = n(-2)^n\mathcal{U}(n)$

3. Déterminer la transformée en $\mathcal{Z}$ de $x(n) = (-2)^{-n}\mathcal{U}(n)$

4. Déterminer la transformée en $\mathcal{Z}$ de $x(n) = (3n-5)\mathcal{U}(n-2)$

5. Remplir le formulaire ci-dessous

$x(n)$	**Transformée en $\mathcal{Z}$ de x**
$\sin(n\omega)\mathcal{U}(n)$	

$x(n)$	**Transformée en $\mathcal{Z}$ de x**
$x_0(n+2)U(n)$	

6. Déterminer la transformée en $\mathcal{Z}$ inverse de $X(z) = \dfrac{z}{(z+4)(z-1)}$

7. Démontrer que la transformée de Fourier de la fonction porte est $F(s) = \dfrac{\sin(\pi s)}{\pi s}$.

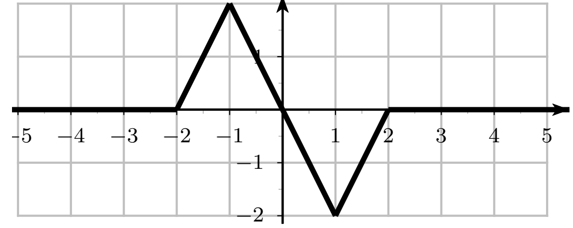
8. Déterminer la transformée de Fourier de la fonction $f(t) = \Pi\left(\dfrac{t}{7}\right)$

9. Remplir le formulaire ci-dessous

$f(t)$	**Transformée de Fourier de f**
$\Lambda(t)$	
$e^{-\lvert t\rvert}$	

$f(t)$	**Transformée de Fourier de f**
$f(t) = f_0(at)$	
$f(t) = f_0(t-a)$	

10. Déterminer la transformée de Fourier de la fonction f dont le graphe est :



11. Déterminer la transformée de Fourier inverse de $F(s) = e^{-2s^2}$. (On rappelle que la transformée de $f_0(t) = e^{-\pi t^2}$ est $F_0(s) = e^{-\pi s^2}$.)

12. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{4+t^2}\right)^2 dt$.