

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 2

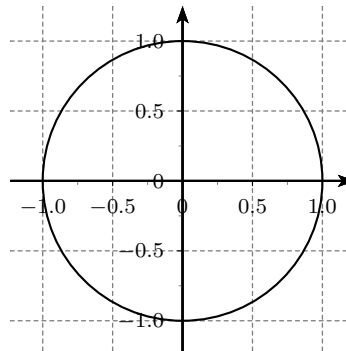
Vendredi 17 novembre 2023 - Durée : 1h30

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1

1. (a) Donner la mesure principale de l'angle $\theta = \frac{-2023\pi}{4}$
- (b) Placer l'angle θ sur le cercle trigonométrique ci-dessous



2. Résoudre sur $[0, 2\pi]$ l'inéquation suivante : $\cos(x) \leq -\frac{1}{2}$
3. (a) Simplifier $A = \sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right)$
- (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right)$
- (c) Donner les solutions dans l'intervalle $[0, 2\pi]$
4. Déterminer :
 - (a) $\arctan(-\sqrt{3})$
 - (b) $\arctan\left(\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$
 - (c) $\arctan\left(\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$
 - (d) $\tan(\arctan(3))$

Exercice 2

1. (a) Mettre la fonction $f(t) = \sqrt{3}\cos(2t) - \sin(2t)$ sous la forme $A\sin(\omega t + \varphi)$ avec $A > 0$
- (b) En déduire la période de f
- (c) Déterminer la parité de f
2. (a) Prouver que : $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$
- (b) A l'aide de cette formule, déterminer la période de la fonction $g(t) = \cos(27\pi t)\cos(3\pi t)$
- (c) Déterminer la parité de g

Exercice 3 Les questions suivantes sont indépendantes :

1. La fonction $f_1(t) = 2\cos(3t) - \sin(3t)$ est-elle solution de l'équation différentielle suivante ?

$$-2y'(t) - 3y(t) = 15\sin(3t)$$

2. Donner une équation différentielle linéaire du premier ordre admettant $f_2(t) = t^2 + 1$ comme solution
3. Donner une équation différentielle linéaire **homogène** du premier ordre admettant $f_3(t) = e^{-\frac{3t}{2}}$ comme solution
4. Résoudre les équations différentielles suivantes :

(a)
$$\begin{cases} 3y'(t) + y(t) = 0 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

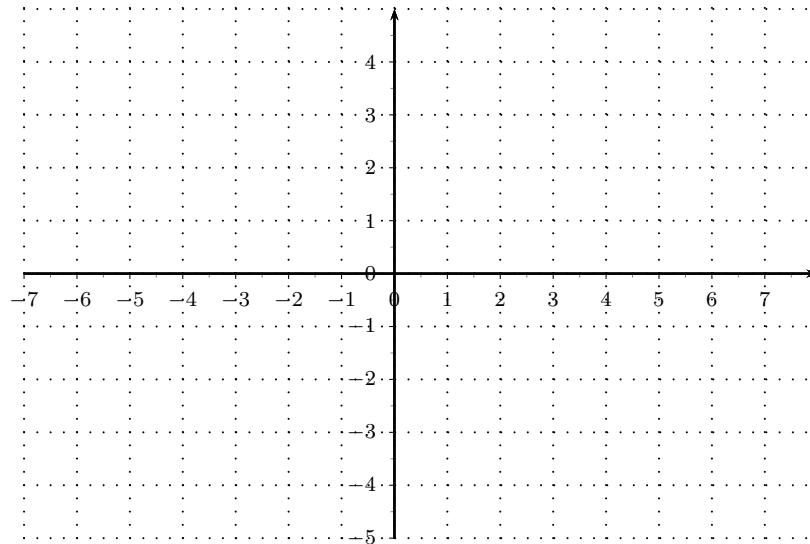
(b)
$$\begin{cases} y'(t) - 5y(t) = 10t^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

(c)
$$(3t + 1)y'(t) - y(t) = 0$$

Exercice 4

1. Tracer sur l'intervalle $[-6, 6]$ la fonction f , définie sur $\mathbb{R}$ et vérifiant toutes les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} f(t) = \frac{2}{3}t - 2 \text{ sur } [0, 3] \\ f \text{ est paire} \\ f \text{ est 6-périodique} \end{cases}$$



2. Déterminer la parité des fonctions suivantes :

(a) $f_1(t) = 4$

(b) $f_2(t) = 3t^2 - t$

(c) $f_3(t) = \tan(t)$

3. La dérivée d'une fonction paire est paire. **Vrai ou Faux ? Justifiez votre réponse !**