

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 2

Vendredi 10 octobre 2025 - Durée : 1h30

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 ($\simeq 10-15$ min)

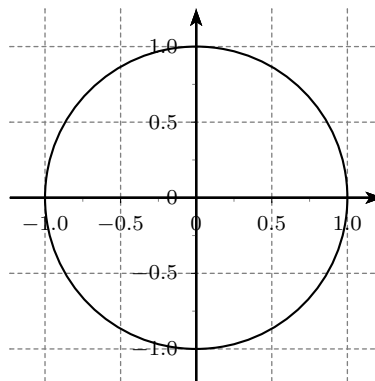
1. Placer, le plus précisément possible, les angles suivants sur le cercle trigonométrique ci-dessous.

(a) $\frac{11\pi}{6}$

(b) $\frac{3\pi}{4}$

(c) $-\frac{2\pi}{3}$

(d) $\frac{20\pi}{8}$



2. Donner la mesure principale des angles suivants :

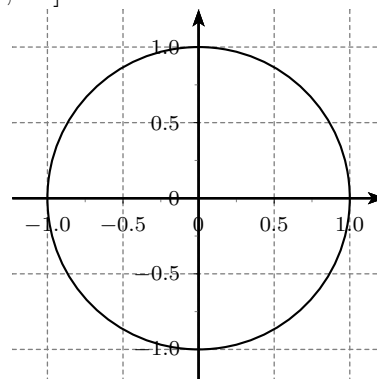
(a) $\theta_1 = \frac{53\pi}{2}$

(b) $\theta_2 = -\frac{55\pi}{6}$

(c) $\theta_3 = \frac{2023\pi}{4}$

3. Représenter sur le cercle trigonométrique les angles x qui vérifient la condition ci-dessous puis écrire l'intervalle des solutions appartenant à $[0; 2\pi]$:

$$-\frac{1}{2} < \cos(x) \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Leftrightarrow$$



Exercice 2 ($\simeq 10-15$ min)

1. Donner les valeurs exactes (sans justifier) de :

$\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$

$\cos\left(\frac{211\pi}{3}\right)$

2. Donner les valeurs exactes de (en expliquant la démarche) :

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \qquad \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) \qquad \tan\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$$

3. Déterminer les valeurs (sans justifier) de

$$\arctan(-\sqrt{3}) \qquad \arctan\left(\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) \qquad \arctan\left(\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$$

Exercice 3 (*≈ 20-25 min*)

- (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\cos(3t) = \cos\left(t + \frac{\pi}{3}\right)$
(b) Donner les solutions de l'équation précédente dans $[0, 2\pi[$.
- Mettre la fonction $f(t) = 7\cos(3t) - 7\sin(3t)$ sous la forme $A\sin(\omega t + \varphi)$
- Dire si les propriétés suivantes sont vraies ou fausses pour tout $x \in \mathbb{R}$:

(a) $\sin(x + 31\pi) = -\sin(x)$

(c) $\sin(2x)\cos(2x) = \sin(4x)$

(b) $\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = -\sin(x)$

(d) $\sin(2x) = 2\sin(x)$

Exercice 4 (*≈ 10-15 min*)

1. Développer et **calculer** chacune des sommes suivantes :

(a) $S_1 = \sum_{n=17}^{27} \frac{1}{10}$

(b) $S_2 = \sum_{k=1}^5 k \times (k + 2)$

2. Ecrire les sommes suivantes en utilisant un signe Σ :

(a) $S_3 = \frac{5}{7} + \frac{7}{9} + \frac{9}{11} + \dots + \frac{15}{17}$

(b) $S_4 = 16 + 25 + 36 + \dots + 400$

Exercice 5 (*≈ 20-25 min*)

- Répondre par **Vrai ou Faux en justifiant** (toute réponse non justifiée ne rapporte rien).
 - $\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 + 2x + 1 = 0$
 - $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 = 100 \Leftrightarrow x = 10$
 - $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 4 \Rightarrow x \neq -2$
 - $\forall x \in \mathbb{R}, x < 0 \Rightarrow x < 1$
 - Soient a et b deux réels. $ab \leq 0 \Rightarrow a \leq 0$ et $b \geq 0$.
- Soit la propriété $P_1 : \exists x \in \mathbb{R}^+$ tel que $\forall b \in \mathbb{R} : \sqrt{x} < b$.
 - Écrire la négation de P_1 .
 - La propriété non- P_1 est-elle vraie ou fausse ?
 - La propriété P_1 est-elle vraie ou fausse ?
- Donner un exemple de fonction qui vérifie la propriété

$$P_3 : \exists m \in [0; +\infty[\text{ tel que } \forall x \in \mathbb{R} : f(x) > m$$