

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 3

Vendredi 15 décembre 2023 - Durée : 1h30

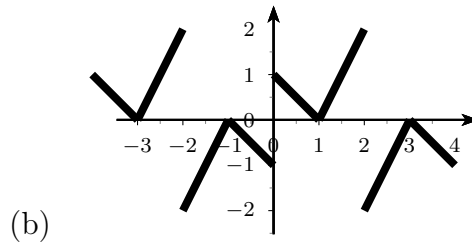
Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée au soin et à la rédaction

Exercice 1 Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Déterminer la parité des deux fonctions suivantes :

(a) $f(t) = \ln\left(\frac{1}{1+t^2}\right)$



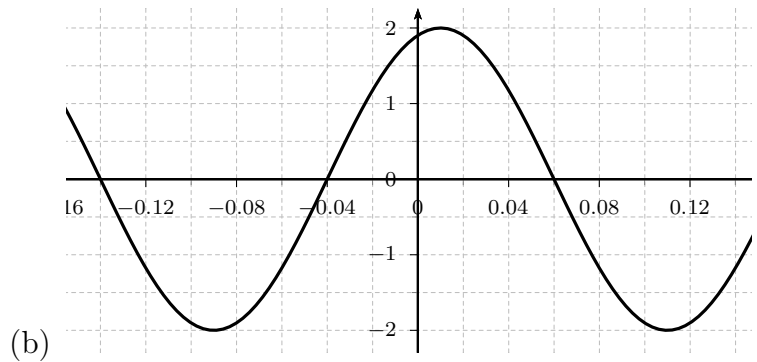
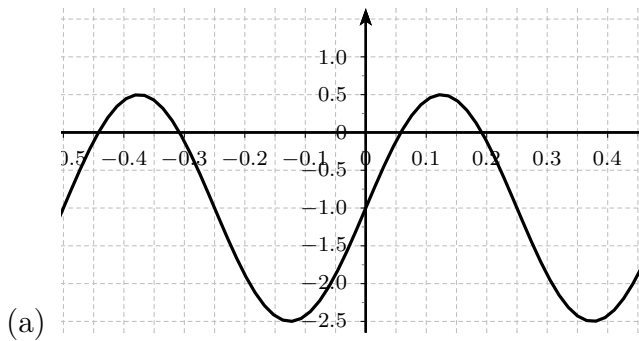
2. Déterminer la période des fonctions suivantes :

(a) $f_2(t) = -2\pi \sin\left(\frac{t}{4}\right) + 1$

(b) $g_2(t) = \cos(36\pi t) + \sin(126\pi t)$

Exercice 2

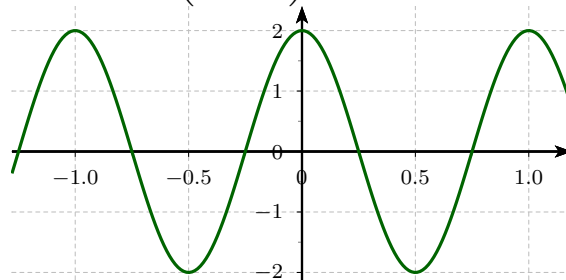
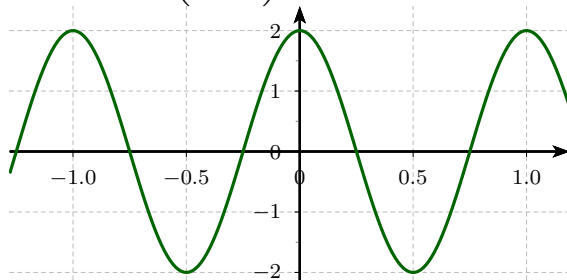
1. Les deux fonctions représentées ci-dessous sont de la forme $f(t) = A \sin(\omega t + \varphi) + C$. Déterminer dans chaque cas les valeurs de A , ω , φ et C



2. On a représenté la fonction $f(t) = 2 \cos(2\pi t)$ sur chacun des graphes ci-dessous. Représenter alors sur chaque graphique f_1 et f_2 :

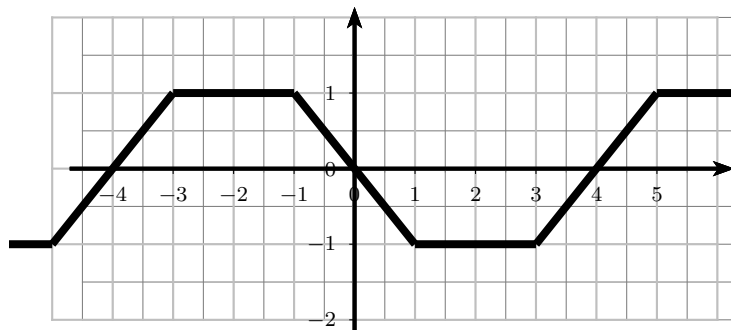
a) $f_1(t) = f\left(t + \frac{1}{2}\right)$

b) $f_2(t) = f\left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{4}\right)$

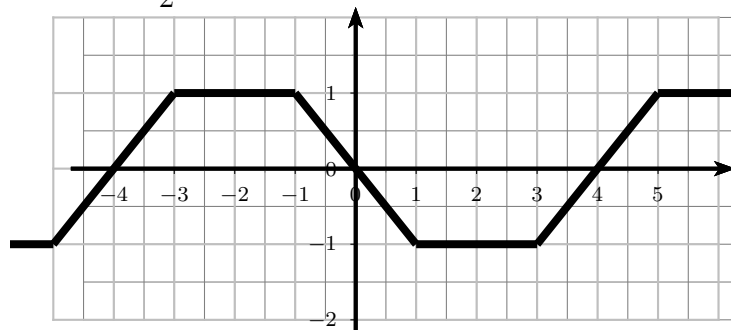


3. Sur les deux graphes ci-dessous on a représenté une fonction « trapèze » de période 8. Représenter alors f_3 et f_4 :

a) $f_3(t) = f(2t)$



b) $f_2(t) = \frac{1}{2}f(t) - 1$



Exercice 3

1. Donner les affixes z_1 et z_2 des points M_1 et M_2 représentés sur le graphique suivant.

(a) $z_1 =$

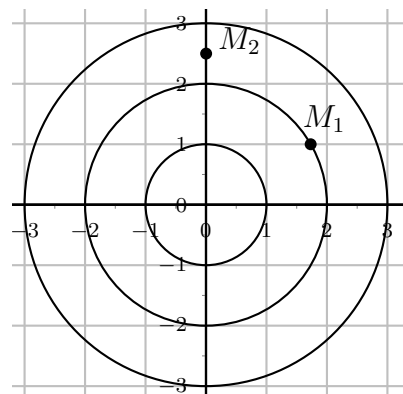
(b) $z_2 =$

2. Placer précisément sur le même graphique les points d'affixe :

(a) $z_3 = -2 - 3i$

(c) $z_5 = -3e^{i\frac{5\pi}{6}}$

(b) $z_4 = 2e^{i\frac{10\pi}{3}}$



Exercice 4

Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Linéariser les deux expressions : $f(t) = \cos(4t) \sin(7t)$ et $g(t) = \sin^2(3t)$.
 2. On considère l'équation :

$$z^2 - (2 - 3i)z - 5i - 4 = 0$$

Le nombre complexe $z = 3 - i$ est-il solution ?

3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

(a) $z^2 - 7z + 13 = 0$

(b) $-4z^2 + 8z - 5 = 0$

(c) $z^2 - (1 + i)z + 5i = 0$

Exercice 5

Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

(a) $z_1 = 3i(1 + 2i)(2 - 5i)$

(c) $z_3 = \frac{3}{i^5} - \frac{1}{i^4} + \frac{1}{i^2} - \frac{5}{i} + 1$

(b) $z_2 = \frac{1 - 2i}{(3 + 4i)^2}$

(d) $z_4 = e^{\frac{i\pi}{2}} - e^{\frac{i\pi}{6}} + \sqrt{3}e^{\frac{i\pi}{3}} + 4e^{i\pi}$

2. Déterminer le module de $z_5 = 3e^{i\pi} + 2e^{-i\frac{\pi}{2}}$

3. Déterminer l'argument de $z_6 = (1 + i\sqrt{3})(2 - 2i)$

4. Mettre sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

(a) $z_7 = 3i(1 - i)(\sqrt{3} + i)$

(b) $z_8 = \frac{8\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}} \times \sqrt{6}e^{i\frac{5\pi}{6}}}{\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{3}} \times 4e^{i\frac{\pi}{4}}}$

5. Déterminer le module et l'argument de $Z = \frac{1}{1 + jR_1C\omega} \times \frac{jL\omega}{1 + jR_2C\omega}$ en fonction des constantes réelles positives R_1 , R_2 , C , L et ω .