Nom: Prénom: Groupe:

# Mathématiques - Devoir Surveillé 3 Vendredi 22 novembre 2024 - Durée : 1h00

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être riquireusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

## Exercice 1

- 1. (a) Mettre la fonction  $f_1(t) = -4\sqrt{3}\cos(2t) + 4\sin(2t)$  sous la forme  $A\sin(\omega t + \varphi)$  avec A > 0
  - (b) Déterminer la période et l'amplitude de  $f_1$ .
- 2. On rappelle que, pour tout réels a et b on a:  $\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}(\cos(a-b) \cos(a+b))$ . A l'aide de cette formule, déterminer la période de la fonction.  $f_2(t) = \sin(27\pi t)\sin(3\pi t)$
- 3. Déterminer la période des fonctions suivantes :

(a) 
$$f_3(t) = -2\sin\left(\frac{t}{4}\right)$$

(b) 
$$f_4(t) = \cos(100\pi(t+0.01)) + 1$$

## Exercice 2

1. Parmi les équations différentielles suivantes, dire celles qui sont homogènes, celles qui sont linéaires, celles qui sont d'ordre 1 et celles qui sont à coefficients constants.

(a) 
$$ty'(t) + y(t) = -10\cos(5t)$$

(c) 
$$y'(t) - 7y(t) + t^2 = 0$$

(b) 
$$y'(t) \times y(t) = 0$$

(d) 
$$y''(t) - y(t) = 0$$

2. La fonction  $f(t) = \cos(5t) - \sin(5t)$  est-elle solution de l'équation différentielle suivante?

$$y'(t) - 5y(t) = -10\cos(5t)$$

3. Donner une équation différentielle, linéaire, homogène admettant  $g(t) = 3e^{-4t}$  comme solution.

Exercice 3 Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. 
$$\begin{cases} 3y'(t) + y(t) = 0 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

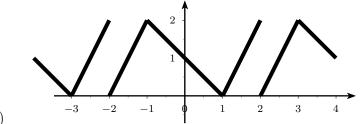
2. 
$$\begin{cases} y'(t) - 5y(t) = 7e^{3t} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
 3.  $(3t+1)y'(t) - y(t) = 0$ 

3. 
$$(3t+1)y'(t) - y(t) = 0$$

## Exercice 4

1. Déterminer la parité des fonctions suivantes :

(a) 
$$f_1(t) = -4$$

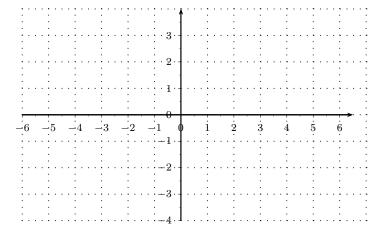


(b) 
$$f_2(t) = t^5 + 6t^3 - 8t$$

1/2

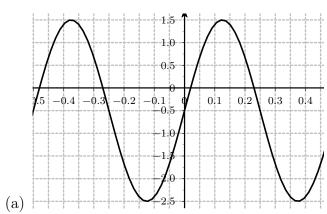
2. Tracer sur l'intervalle [-6,6] la fonction f, définie sur  $\mathbb{R}$  et vérifiant toutes les propriétés suivantes :

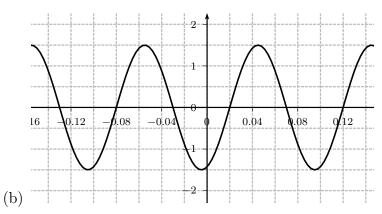
$$\begin{cases} f(t) = \frac{4}{3}t - 2 \text{ sur } [0, 3] \\ f \text{ est impaire} \\ f \text{ est 6-périodique} \end{cases}$$



#### Exercice 5

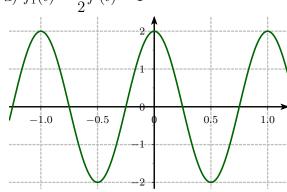
1. Les deux fonctions représentées ci-dessous sont de la forme  $f(t) = A\sin(\omega t + \varphi) + C$ . Déterminer dans chaque cas les valeurs de A,  $\omega$ ,  $\varphi$  et C



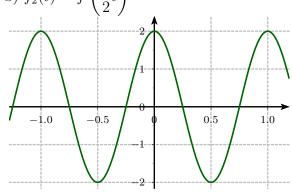


2. On a représenté la fonction  $f(t)=2\cos(2\pi t)$  sur chacun des graphes ci-dessous. Représenter alors sur chaque graphiqe  $f_1$  et  $f_2$ :

a) 
$$f_1(t) = \frac{1}{2}f(t) - 1$$



b) 
$$f_2(t) = f\left(\frac{1}{2}t\right)$$



3. Sur le graphe ci-dessous on a représenté une fonction g de période 8. On pose  $f_3(t) = f(t+a) + b$ . Déterminer a et b pour que  $f_3$  soit impaire puis la représenter sur le graphe.

