

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 4

Vendredi 20 décembre 2024 - Durée : 1h30

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1

1. Déterminer le module de :

$$(a) \quad Z_1 = \frac{1 - 7i}{3 + i}$$

$$(b) \quad Z_2 = (2 - i)^6$$

$$(c) \quad Z_3 = 17e^{i\frac{\pi}{8}} \times 3e^{i\frac{\pi}{4}}$$

2. Écrire sous forme exponentielle :

$$(a) \quad Z_4 = \frac{R + Ri}{iC\omega}$$

$$(b) \quad Z_5 = \frac{3e^{i\frac{\pi}{6}}}{5e^{i\frac{\pi}{4}}}$$

où R , C et ω sont des réels positifs

$$(c) \quad Z_6 = (-2 - 2i)(i - \sqrt{3})$$

3. Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de

$$(a) \quad Z_7 = \frac{7 - 4i}{5 + 11i}$$

$$(b) \quad Z_8 = (1 - 3i)^2 - 4i^2$$

$$(c) \quad Z_9 = (e^{i\pi} + e^{i\frac{\pi}{2}})(e^{-i\frac{\pi}{2}} + 2e^{-2i\pi})$$

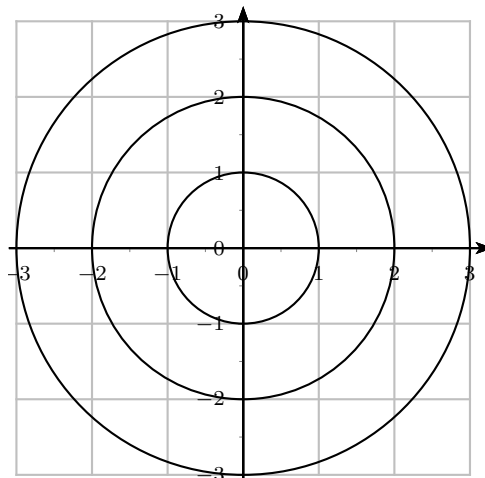
Exercice 2

1. Placer précisément les points d'affixe Z_{10} , Z_{11} et Z_{12}

$$(a) \quad Z_{10} = 3e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

$$(b) \quad Z_{11} = -2e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$(c) \quad Z_{12} = \frac{1}{i}$$



2. Dans chacun des cas, déterminer un nombre complexe qui satisfait les propriétés :

(a) $Re(Z_{13}) = 6$ et $Arg(Z_{13}) = \frac{\pi}{4}$

(b) $Im(Z_{14}) = -5$ et $|Z_{14}| = 13$

3. Linéariser, en utilisant les formules d'Euler :

$$f(t) = \sin(3t) \sin(5t)$$

Exercice 3 Résoudre dans $\mathbb{C}$

1. $Z^2 + 2Z + 37 = 0$

2. $Z^2 + 5Z - 6 = 0$

3. $2iZ^2 + (1-i)Z + (i-1) = 0$

Exercice 4 Calculer les limites suivantes.

1. $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 - 2t - 3}{2t^2 - 18}$

2. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^2 - 2t - 3}{2t^2 - 18}$

3. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^2 - 2t - 3}{e^{t-5}}$

4. $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1}{3t^2} + \frac{2}{t} - 4$

5. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{2}{t+3} \right)$

6. $\lim_{t \rightarrow 0} e^{-\frac{1}{t^2}}$

7. $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\ln(2-10t)}{t+1}$