

Mathématiques - Devoir Surveillé 2

Vendredi 27 mars 2026 - Durée : 1h30

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 $\simeq 15$ min

Déterminer (en justifiant par un calcul ou un raisonnement géométrique)

- | | | |
|------------------|---|---|
| 1. $\arccos(-1)$ | 3. $\arccos\left(\cos\left(\frac{37\pi}{4}\right)\right)$ | 5. $\arctan\left(\tan\left(\frac{37\pi}{4}\right)\right)$ |
| 2. $\arcsin(0)$ | 4. $\arcsin\left(\sin\left(\frac{37\pi}{4}\right)\right)$ | 6. $\arccos\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ |

Exercice 2 $\simeq 25$ min

1. Calculer les déterminants des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 13 \\ -5 & -12 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & -9 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 & 3 \\ 1 & -7 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -4 & 1 \\ 1 & -7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Déterminer, si possible, les inverses des matrices suivantes :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -2 \\ -2 & 2\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Exercice 3 $\simeq 15$ min

Résoudre les systèmes suivants

$$\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ 2x - 5y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y - 2z = -4 \\ 2x - 3y + z = 7 \\ -3x + 5y + z = 0 \end{cases}$$

Exercice 4 $\simeq 20$ min

Répondre par Vrai ou Faux en justifiant (toute réponse non justifiée ne rapporte rien)

1. -2 est racine double de $P_1(X) = X^4 + 12X^3 + 48X^2 + 80X + 48$.
2. Le reste de la division euclidienne de $P_2(X) = (X^2 + X + 1)(X - 3)(X + 4)$ par $D(X) = X^2 + X + 1$ est $R(X) = (X - 3)(X + 4)$.
3. Le polynôme $P_3(X) = X^3 + 3X^2 + 2iX^2 + 4X - iX - i + 2$ n'admet pas de racine réelle.
4. Soit le polynôme $P_4(X) = X^3 - 11X + 20$. On a $P_4(2 + i) = 0$ et $P_4(2 - i) = 0$.
5. Il existe des polynômes Q_1 et Q_2 tels que : $\deg(Q_1) = \deg(Q_2)$ et $\deg(Q_1 \circ Q_2) = 7$.
6. Il n'existe pas de polynôme qui vérifie toutes les propositions suivantes :
 - $P \in \mathbb{R}[X]$.
 - $\deg(P) = 4$
 - 1 est racine double de P
 - $1+i$ est racine double de P .

Exercice 5 $\simeq 15$ min

Soit le polynôme $P(X) = X^4 - 5X^3 - 26X^2 + 190X - 300$.

1. Poser la division euclidienne de P par $D(X) = X^2 + X - 30$.
2. Donner la forme factorisée de P dans $\mathbb{R}$.
3. Donner la forme factorisée de P dans $\mathbb{C}$.
4. P admet-il une racine de multiplicité 2 ?