

Mathématiques - Devoir Surveillé 3

Vendredi 29 mai 2026 - Durée : 1h10

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 25min Calculer par la méthode de votre choix

1. $I_1 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (2x + 1) \sin(3x) dx$

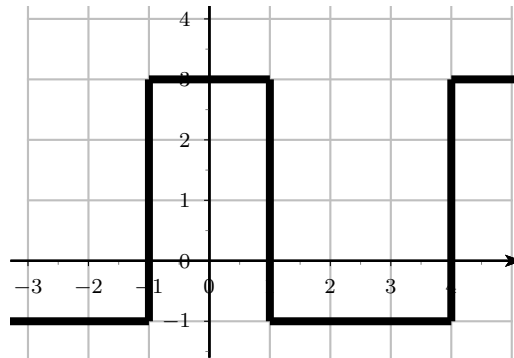
2. $I_2 = \int_0^1 e^{\frac{1}{3}t+2x} dt$

3. $I_3 = \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} \frac{1}{18x^2 - 12x + 4} dx$ (on pourra poser le changement de variable $t = 3x - 1$)

4. $I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(5t) \cos(2t) dt$

Exercice 2 10min

1. On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction périodique de période T est : $\frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$.
Calculer la valeur moyenne de la fonction périodique, dont le graphe est :



2. Donner un exemple de fonction g telle que $\int_{-1}^3 g(t) dt = 5$.

Exercice 3 15min

1. Poser la division Euclidienne de $P(x) = x^3 + 4x^2 + 1$ par $Q(x) = x(x + 2)^2$.
2. Déterminer la décomposition en éléments simples de $f(x) = \frac{-4x + 1}{x(x + 2)^2}$
3. Calculer l'intégrale $I = \int_1^2 \frac{x^3 + 4x^2 + 1}{x(x + 2)^2} dx$

Exercice 4 20min

1. Dire si les équivalences suivantes sont vraies ou fausses

$$(a) \frac{t^4 + t}{(t^4 - 1)(2t + 5)} \underset{+\infty}{\sim} \frac{1}{t} \quad (b) \frac{1}{1+t} \underset{0}{\sim} 1-t \quad (c) e^t - 1 \underset{+\infty}{\sim} t$$

2. Déterminer si les intégrales généralisées suivantes sont convergentes ou divergentes :

$$(a) K_1 = \int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{t^3}}{t^5} dt \quad (b) K_2 = \int_1^{+\infty} t \sin\left(\frac{1}{t^2}\right) dt$$

3. Calculer $K_3 = \int_1^{+\infty} \frac{t^2 + 1}{t^3 + 3t + 2} dt$